วิชา โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ (2204-2109)

บทที่ 4 การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง (Measures of Central Tendency)

Asst. Prof. Juthawut Chantharamalee
Assistant Professor in Computer Science
(Chairperson of B.Sc. Program in Computer Science)
Office. Suan Dusit University, Phone. (+66) 2244-5691
Email. juthawut_cha@dusit.ac.th, jchantharamalee@gmail.com

4.1 ความหมายของการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

เป็นการวัดค่าข้อมูลเพื่อใช้เป็นตัวแทนของข้อมูล ตัวแทนที่ดีของข้อมูลควรอธิบายลักษณะของข้อมูลทั้งหมดได้ เช่น ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน ฐานนิยม เป็นต้น

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

เป็นการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางวิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันมากที่สุด เนื่องจากการคำนวณไม่ยุ่งยากและเข้าใจง่าย ค่าเฉลี่ยมีหลายประเภท ดังนี้

4.2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (arithmetic mean)

1) ข้อมูลแบ่งกลุ่ม (group date)
2) ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม (ungroup date) หรือ
1) ข้อมูลของประชากร (population date)
2) ข้อมูลตัวอย่าง (sample date)

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

<u>กรณี</u> ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม (ungroup date) หรือ

1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร (population mean)

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

N คือ ข้อมูลประชากร

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

ตัวอย่าง 4.1

คะแนนสอบรายวิชาคณิตศาสตร์ของนิสิตกลุ่มหนึ่งมีทั้งหมด 10 คน เป็นดังนี้

85	59	70	35	42	66	91	47	73	55

จงหาค่าเฉลี่ยของนิสิตกลุ่มนี้

ค่าเฉลี่ยประชากร = $\mu = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$ = 85 + 59 + ... + 55 = 623/10 = 62.3

∴ คะแนนเฉลี่ยของนิสิตกลุ่มนี้คือ 62.3 คะแนน

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

กรณี ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม (ungroup date) หรือ

2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตตัวอย่าง (Sample mean)

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

n คือ ข้อมูลตัวอย่าง

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

ตัวอย่าง 4.2

คะแนนสอบรายวิชาคณิตศาสตร์ของนิสิตกลุ่มหนึ่งมีทั้งหมด 10 คน เป็นดังนี้

85 59 70 35 42 66 91 47 73 55

จงหาค่าเฉลี่ยของนิสิตกลุ่มนี้

ค่าเฉลี่ยประชากร = $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ = 85 + 59 + … + 55 = 623/10 = 62.3

∴ คะแนนเฉลี่ยของนิสิตกลุ่มนี้คือ 62.3 คะแนน

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

กรณี ข้อมูลแบ่งกลุ่ม (group date) หรือ

1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร (population mean)

X_i แทนจุดกึ่งกลางชั้น

F_i แทนความถี่ชั้น

N คือ ข้อมูลประชากร

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i X_i}{N}$$

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

กรณี ข้อมูลแบ่งกลุ่ม (group date) หรือ

2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง (Sample mean)

X_i แทนจุดกึ่งกลางชั้น

F_i แทนความถี่ชั้น

n คือ ข้อมูลตัวอย่าง

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i X_i}{n}$$

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

ตัวอย่าง 4.3

อาจารย์ต้องการศึกษาส่วนสูงของนิสิตกลุ่มหนึ่งที่มีทั้งหมด 100 คน ดังนี้

ส่วนสูง	ความถี่	จุดกึ่งกลางชั้น (X_i)	F_iX_i
150-154	7	152	1064
155-156	13	157	2041
160-164	29	162	4698
165-169	24	167	4008
170-174	18	172	3096
175-179	8	177	1416
180-185	1	182	182
	100		16505

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าข้อมูลกลุ่มนี้เป็นข้อมูลประชากร

ส่วนสูงเฉลี่ยประชากร$_{ประชากร}$ = $\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i X_i}{N}$ = 16505/100 = <u>165.05</u>

∴ คะแนนเฉลี่ยของนิสิตกลุ่มนี้คือ <u>165.05</u> เซนติเมตร

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

ตัวอย่าง 4.4

อาจารย์ทำการสุ่มนิสิตกลุ่มหนึ่งที่มีทั้งหมด 100 คน ดังนี้

ส่วนสูง	ความถี่
150-154	7
155-156	13
160-164	29
165-169	24
170-174	18
175-179	8
180-185	1

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

จากโจทย์ทำให้เราทราบว่าข้อมูลกลุ่มนี้เป็นข้อมูลประชากร

ส่วนสูงเฉลี่ย$_{ตัวอย่าง}$ = $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} f_i X_i}{n}$ = 16505/100 = 165.05

∴ คะแนนเฉลี่ยของนิสิตกลุ่มนี้คือ 165.05 เซนติเมตร

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

4.2.2 ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต (geometric mean)

เป็นค่ากลางของชนิดข้อมูลชนิดหนึ่ง โดยจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “G.M.”

กรณี ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม

1) ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตประชากร (population geometric mean)

$$G.M. = \sqrt[N]{X_1^{f_1} X_2^{f_2} \ldots X_k^{f_k}}$$

หรือ $$\log G.M. = \frac{1}{N} \sum f_i \log X_i$$

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

4.2.2 ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต (geometric mean)

กรณี ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม

2) ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตตัวอย่าง (sample geometric mean)

$$G.M. = \sqrt[N]{X_1^{f_1} X_2^{f_2} \ldots X_k^{f_k}}$$

หรือ $$\log G.M. = \frac{1}{N} \sum f_i \log X_i$$

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

4.2.3 ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก (harmonic mean)

เป็นค่ากลางของชนิดข้อมูลชนิดหนึ่ง โดยจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “H.M.”

กรณี ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม

1) ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิกประชากร (population harmonic mean)

$$\text{H.M.} = \frac{N}{\sum \frac{1}{X_i}}$$

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

4.2.3 ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก (harmonic mean)

กรณี ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม

2) ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิกตัวอย่าง (sample harmonic mean)

$$H.M. = \frac{N}{\sum \frac{f_i}{X_i}}$$

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

4.2.4 ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก (weighted mean)

เป็นค่ากลางของชนิดข้อมูลชนิดหนึ่ง ที่ให้น้ำหนักหรือความสำคัญของการเกิดข้อมูลแต่ละตัวไม่เท่ากัน ดังนั้นการหาค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของข้อมูลที่เกิดมาพิจารณาด้วย ดังนี้

กำหนดให้ X_i แทนข้อมูลหน่วยที่ i ของข้อมูลขนาด N โดยที่ $i = 1, 2, 3, \ldots, N$

W_i แทนน้ำหนักหน่วยที่ i ของข้อมูลขนาด N โดยที่ $i = 1, 2, 3, \ldots, N$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i},$$

4.2 ค่าเฉลี่ย (Mean)

ตัวอย่าง 4.11

เกรดเฉลี่ยของนิสิตสาขาสถิติคนหนึ่งเป็น ดังนี้

รายวิชา	W_i	เกรด	X_i	$W_i X_i$
แคลคูลัส	3	B	3.0	9
สถิติ	3	B+	3.5	10.5
เคมีเบื้องต้น	3	C	2.0	6.0
ปฏิบัติการเคมีเบื้องต้น	1	C+	2.5	2.5
มนุษย์กับสังคม	2	A	4.0	8.0
จิตวิทยา	2	B+	3.5	7.0
ภาษาอังกฤษ	3	F	0.0	0.0
	17			43.0

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}, \quad = 43.0/17 = 2.52$$

∴ ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของนิสิตคนนี้คือ 2.52

4.3 ค่ามัธยฐาน (Median)

เป็นการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางชนิดหนึ่ง ซึ่งจะแสดงข้อมูลที่อยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมด ซึ่งได้ทำการเรียงลำดับ (sorted data) เรียบร้อยแล้ว

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “Med หรือ $\bar{M}$ ”

<u>กรณีข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม</u>

กำหนดให้ *Xi* แทนจำนวนประชากรทั้งหมด

Fi แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด

ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่

$$Med = \frac{N+1}{2}$$

4.3 ค่ามัธยฐาน (Median)

<u>ตัวอย่าง 4.12</u>

จงหาค่ามัธยฐานจากข้อมูลต่อไปนี้

85 59 70 35 42 66 91 47 73 55

จัดเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

ข้อมูล	35	42	47	55	59	60	70	73	85	91
ลำดับ	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*

∴ มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้คือ = 59+66 /2 = 62.5 คะแนน

4.3 ค่ามัธยฐาน (Median)

<u>กรณีข้อมูลแบ่งกลุ่ม</u>

กำหนดให้ X_i แทนข้อมูลหน่วยที่ i ของข้อมูลขนาด N โดยที่ $i = 1, 2, 3, \ldots, N$

W_i แทนน้ำหนักหน่วยที่ i ของข้อมูลขนาด N โดยที่ $i = 1, 2, 3, \ldots, N$

c แทนจำนวนอัตรภาคชั้น

ข้อมูลที่แจกแจงความถี่

$$\text{Med} = \frac{N}{2}, \quad \text{Med} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M}\right)$$

4.3 ค่ามัธยฐาน (Median)

ตัวอย่าง 4.13

อาจารย์ต้องการศึกษาส่วนสูงของนิสิตกลุ่มหนึ่งที่มีทั้งหมด 100 คน ดังนี้

ส่วนสูง	ขอบเขตชั้นบน	ความถี่ (f_i)	จุดกึ่งกลางชั้น (X_i)	ความถี่สะสมแบบน้อยกว่า
150-154	154.5	7	152	7
155-156	156.5	13	157	20
160-164	164.5	29	162	49
165-169	169.5	24	167	73
170-174	174.5	18	172	91
175-179	179.5	8	177	99
180-185	185.5	1	182	100
		100		

Med=N/2= 100/2 =50

4.3 ค่ามัธยฐาน (Median)

ขั้นตอนสำหรับการหามัธยฐานประชากร เป็นดังนี้

1. หาตำแหน่งกลางของข้อมูลจาก N/2= 100/2 =50

   หมายความคือ มีข้อมูลทั้งหมด 50 ข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่ามัธยฐานและมีข้อมูลทั้งหมด 50 ข้อมูลที่มีค่ามากกว่ามัธยฐาน

2. หามัธยฐานประชากรจากการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ดังนี้

ขอบเขตชั้นบน	ความถี่สะสมแบบน้อยกว่า
164.5	49
X	50
169.5	73

ผลต่าง
169.5-X

ผลต่าง
73-50=23

ผลต่าง
73-49=24

จะได้ว่า 169.5 -X = 23/24

X = 169.5-0.96

= 168.54

∴ มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้คือ 168.54

4.4 ฐานนิยม (Mode)

เป็นการวัดข้อมูลที่มีจำนวนซ้ำมากที่สุด เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “Mod” และในกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนซ้ำสูงสุดมากกว่าหนึ่งตัว โดยที่ข้อมูลที่เหลือมีจำนวนซ้ำน้อยกว่าจะได้ว่าฐานนิยมคือข้อมูลที่มีจำนวนซ้ำสูงสุด แต่ถ้าข้อมูลชุดนั้นมีจำนวนซ้ำเท่ากันทุกตัวถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม

กรณีข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม

ฐานนิยมประชากรและตัวอย่างคือข้อมูลที่มีจำนวนซ้ำมากที่สุด

ตัวอย่าง 4.14

คะแนนสอบนิสิตคณะแพทย์จำนวน 10 คน มีดังนี้

$\boxed{85}$ 59 $\boxed{73}$ $\boxed{85}$ 42 66 91 47 $\boxed{73}$ 55

∴ ฐานนิยม (Mode) คือ 73 และ 85

4.4 ฐานนิยม (Mode)

กรณีข้อมูลแบ่งกลุ่ม

กำหนดให้ L แทนขอบเขตชั้นล่างของข้อมูลที่มีค่ามากที่สุด

i แทนอันตรภาคชั้น

Δ_1 แทนผลต่างระหว่างความถี่ของชั้นที่มีความถี่มากที่สุดและความถี่ของชั้นที่มีอยู่ต่ำกว่า 1 ชั้น

Δ_2 แทนผลต่างระหว่างความถี่ของชั้นที่มีความถี่มากที่สุดและความถี่ของชั้นที่มีอยู่สูงกว่า 1 ชั้น

$$Mo = L + i\left[\frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2}\right]$$

4.4 ฐานนิยม (Mode)

ตัวอย่าง 4.15

อาจารย์ต้องการศึกษาส่วนสูงของนิสิตกลุ่มหนึ่งที่มีทั้งหมด 100 คน ดังนี้

ส่วนสูง	ขอบเขตชั้นล่าง	ความถี่ (f_i)	จุดกึ่งกลางชั้น (X_i)
150-154	149.5	7	152
155-156	154.5	13	157
160-164	159.5	29	162
165-169	164.5	24	167
170-174	169.5	18	172
175-179	174.5	8	177
180-185	179.5	1	182
		100	

$$Mo = L + i\left[\frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2}\right]$$

L = 159.5

i = 7

Δ_1 = 29-13 = 16

Δ_2 = 29-24 = 5

Mo = 159.5 + 70 (16/16+5)

= 159.5 +5.33

∴ ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้คือ 164.83

Thank You

จบการนำเสนอ

Any Question